

El planteamiento didáctico para la enseñanza de la multiplicación visual

The didactic approach to teaching visual multiplication

Patricia Serna González

Universidad Pedagógica Nacional, México.

Ángela Cristina Calderón Mejía¹

Universidad Nacional, Costa Rica

María Martha Camacho Álvarez

Universidad de Costa Rica, Costa Rica.

Resumen

El planteamiento didáctico de la enseñanza de la multiplicación visual, se vivió en un proceso de cadena: enseñar-aprender, enseñar-aprender de las investigadoras a los docentes, de los docentes a los alumnos. Para mejorar una concreción curricular. Fue trabajada con profesores y niños de educación preescolar y primaria desde un proyecto de investigación. Cuyo objetivo fue identificar las etapas con las cuáles podría aprenderse y enseñarse de mejor manera la multiplicación visual y a más tempranas edades. La pregunta: ¿qué etapas podrían definirse para el planteamiento didáctico de la enseñanza de la multiplicación visual? El método fue cuantitativo, a partir de registros de observación y una encuesta para profesores y una lista de cotejo para niños. Los participantes fueron 400 profesores y 300 alumnos. Se procesaron los datos con el programa SPSS.

El resultado permitió reajustarla dejando en primera etapa; la introducción al uso del método, la segunda; la multiplicación con números enteros con un dígito; la tercera, con dos o más cifras preferentemente hasta cifras de cuatro dígitos, o más; en ella ya se usa el manejo del espacio. La cuarta con el uso del cero, la quinta con el uso de decimales, la sexta en vínculo con multiplicaciones graficadas, la séptima con reflexiones generalizadas sobre los procesos de comprensión multiplicativa y otras opciones.

Palabras clave: Multiplicación visual, planteamiento didáctico, aprendizaje visual, memoria visual, comprensión multiplicativa.

¹ Posdoctora y doctorada en Ciencias de la Educación. Profesora investigadora. Universidad Pedagógica Nacional. Unidad 161. Morelia, Mich. patysernatecnicasyestrategias1@gmail.com; patysernagonzalez@gmail.com

² Magister en Planificación Curricular, Universidad de Costa Rica

Abstract

The didactic approach to teaching visual multiplication, is lived in a chain process: teaching, learning, teaching-learning from research to teachers, teachers to students. To improve a curricular development. It was worked with teachers and children of preschool and primary education from a research project. Whose objective it was to identify the stages which could be learned and taught better the visual multiplication and earlier ages. The question: what steps could be defined for the didactic approach to teaching visual multiplication? The method was quantitative, based on observation records and a survey for teachers and a checklist for children. Participants were 400 teachers and 300 students. Data using SPSS processed.

The result allowed readjust leaving first stage; introducing the use of the method, the second; integer multiplication with a digit; the third, with two or more figures preferably up a four-digit or more; herein and the use of space is used. The fourth with the use of zero, the fifth with the use of decimals, the sixth in connection with multiplication plotted the seventh with generalized reflections on understanding multiplicative processes and other options.

Keywords: visual Multiplication, didactic approach, visual learning, visual memory, understanding multiplicative.

Introducción

La teoría curricular, atiende diversas tareas; entre otras, el diseño, aplicación y evaluación de planes y programas de estudio, de libros, recursos didácticos, materiales, objetos de aprendizaje, códigos curriculares en todos sus tipos, y todo documento educativo. Por supuesto también, la elaboración y desarrollo de planteamientos didácticos que atienden los indexicales básicos: ¿Cómo enseñar?, habiendo resuelto el ¿por qué?, ¿qué?, ¿para qué?, ¿con qué?, ¿cuándo?, ¿a quienes?, ¿dónde?

Contar con varios modos de enseñar, facilita la tarea del docente. Especialmente en este caso, para enseñar las multiplicaciones, mismas que se han visto como obstáculo para un buen número de niños en educación primaria en México. Por ello en este documento se propone

uno: el planteamiento didáctico de la enseñanza de la multiplicación visual, en cadena: enseñar- aprender, enseñar-aprender de las investigadoras a los docentes, de los docentes a los alumnos; como una concreción curricular en su versión final como resultado de una investigación con profesores y niños de educación preescolar y primaria.

La multiplicación es una operación matemática que consiste en sumar un número tantas veces como indica otro número, a estos números se le llaman factores o coeficientes y al resultado de esta operación se le llama producto. La multiplicación es una suma repetida, es decir, es sumar un número, reiteradas veces. Frecuentemente se ha afirmado, que el aprendizaje de las operaciones de multiplicación básicas es importante para la aplicación de las matemáticas a las situaciones cotidianas que enfrenta el ser humano en su vida real, además de que puede facilitar el éxito con problemas más difíciles de matemáticas (González, 2003).

Trabajar en la escuela preescolar y primaria, un método visual es pretender facilitar el aprendizaje de las tablas y multiplicaciones, para lo cual se puede trabajar con material manipulativo en ambos niveles, de forma que el aprendizaje de dichos conceptos se vuelva agradable; para que cumpla con los tres tipos de conocimiento que distinguía Piaget; físico, simbólico o social y abstracto, los cuales presentan múltiples conexiones entre sí, el lógico matemático, con las armazones del sistema cognitivo: estructuras y esquemas mentales - desempeña un papel tal que sin su ayuda los conocimientos físico y social no se podrían asimilar de forma integral (Piaget, 1961).

En los procesos de multiplicación se observa el físico, cuando los niños utilizan palitos de paleta, plastilina, regletas y cualquier material manipulable; así como el color que lleguen a utilizar tanto el profesor como los niños para trabajar en las diferentes sesiones que incidan en la construcción del nuevo conocimiento. En el social matemático, también llamado simbólico, es cuando los niños dibujan, por ejemplo los palillos y los trazan en su libreta, dado que los palillos son modelos o símbolos que se utilizan para expresar los materiales físicos. Con todos los componentes. El mundo abstracto denominado lógico simbólico,

incluye ya la comprensión de la multiplicación, la cual podrá irse logrando a partir de los ejemplos propuestos; puesto que la abstracción matemática, es la operación mental por la que el individuo se desentiende de las cualidades sensibles de los objetos como en este caso particular será el color, la manipulación de materiales como la plastilina, palillos, hilos de color, entre otros; hasta llegar a considerar solamente las determinaciones cuantitativas con la guía del docente. Por lo que el reconstruir mentalmente la multiplicación, se logra tanto con el trabajo del conocimiento físico como el del social.

Según De Guzmán (1996), con la visualización en matemáticas se pretende una comprensión rápida, completa. Las ideas, conceptos y métodos de las matemáticas presentan una gran riqueza de contenidos visuales, representables intuitivamente, geoméricamente, cuya utilización resulta muy provechosa, tanto en las tareas de presentación y manejo de tales conceptos y métodos como en la manipulación con ellos para la resolución de los problemas del campo (De Guzmán, 1996).

Según Gómez-Granell (1985), uno de los principales problemas que presenta el aprendizaje de la multiplicación aritmética es el descubrimiento del operador multiplicativo, es decir, el número de veces que se repite un determinado conjunto, o lo que es lo mismo, del número de acciones u operaciones realizadas. Mucha de la comprensión que se expone en el método de cómo multiplicar, podrá ayudarse con el color, el cual clarificará la diferenciación de las cifras que intervienen en los productos, en este caso el multiplicador y el multiplicando; así como el de las intersecciones que representarán las unidades, decenas, centenas, unidades de millar; según el lugar donde se ubiquen (Gómez Chacón, 2001).

Para el aprendizaje del método, los docentes y alumnos, desarrollaron ejemplos que iban de multiplicaciones simples a productos más complejos. Por lo que las líneas de un factor siempre se colocaron de izquierda a derecha, considerando para ello la posición que cada dígito tiene dentro de éste, así como que, la cantidad de líneas debe ser justo el número que

representa, por ejemplo si el dígito indica 4, se debe representar por cuatro líneas, así como se debe dejar un espacio prudencial para la debida separación con el siguiente dígito. Para representar el otro factor se colocan en forma transversal, las líneas que le representan.

En este método el uso de símbolos para graficar la multiplicación, da mayor consistencia y precisión, así como claridad al ser fusionada con el uso de colores. Se puede decir que la parte fácil de este método de aprendizaje de las multiplicaciones con los niños es justamente la parte visual.

Ahora bien, una posible pregunta que puede surgir antes de la aplicación de este método: ¿por qué se dice que éste desarrolla habilidades en nuestros estudiantes, de visualización matemática? La respuesta es simple, porque cualquier ser humano cuando aprende visualmente, logra comprender y desarrollar habilidades que evitan la resistencia para aprender la matemática, lo que puede ayudar a una mejor y sólida construcción de conocimiento, que modifica incluso la actitud de los estudiantes.

En el planteamiento visual de multiplicación, el alumno aplica el proceso de visualización, según Arcavi, A (2008), como un proceso de creación, interpretación y reflexión sobre las representaciones pictóricas e imágenes. Desde esta perspectiva, se posibilita al individuo, en este caso al estudiante, la posibilidad de ver lo oculto, por lo que con la ayuda de la presentación de imágenes que desarrolla el método, el niño o la niña no solamente vean y disfruten, sino que puedan afinar su comprensión (Arcavi, 2008).

Según Zimmermann, (1990), conceptualmente, el papel del pensamiento visual es tan fundamental para el aprendizaje del cálculo donde se trabaja la multiplicación, que es difícil imaginar un curso que no visualice su tema. Y es que construir y visualizar, requieren de los niños, una actividad mental más profunda en el sentido del reconocimiento de ciertos

subconceptos allí trabajados. Lo más interesante de la visualización es el uso reflexivo de esta, con la pregunta ¿cuántas intersecciones se tienen en esta multiplicación? El niño dibuja, observa, cuenta, expresa.

La matemática se aprende en la multiplicación visual pero con un sentido también emocional, no solo cognitivo, también contextual, actitudinal (Zimmerman, 1990). Están dispuestos a corroborar las intersecciones, con paciencia, indagación, construcción de visualización, de conteo, de comunicación, de razonamiento, pero ello también activa las emociones. A veces alegría de encontrar el número, nerviosismo de si estará o no correcto, de si tendrá corrección o no.

En esta investigación el objetivo fue: identificar las etapas con las cuáles podría aprenderse y enseñarse de mejor manera la multiplicación visual. La pregunta de investigación se escribió de la siguiente manera: ¿qué etapas podrían definirse para el planteamiento didáctico de la enseñanza de la multiplicación visual?

Método

El método utilizado fue el cuantitativo (Hernández, 2005). Por lo cual los resultados se analizaron con pruebas estadísticas de tendencia central y comparativas, secuencias de tiempo. Se diseñó en un primer momento con el bagaje psicopedagógico con el que cuentan las investigadoras, un planteamiento didáctico para enseñar la multiplicación visual, misma que se aplicó para obtener datos empíricos en un segundo momento se aplicó en cadena. Las investigadoras lo sistematizaron. Enseñaron a los docentes, estos a su vez a los alumnos. Para revisar si lo aprendieron, se aplicó una encuesta para conocer la efectividad de aprendizaje y luego de enseñanza. Para los estudiantes, se realizó una lista de cotejo, la cual en el caso de los niños de preescolar, fue de forma oral. A los niños de primaria si se les aplicó en forma escrita, por autorrespuesta. Con los resultados obtenidos y evidencias, se establecieron 7 etapas para enseñar el planteamiento didáctico de la multiplicación visual. Considerando que con ello se concretiza el currículum en su tema de la multiplicación.

Participantes

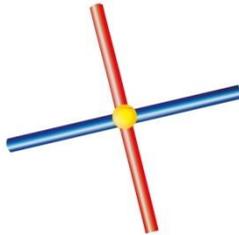
Los participantes fueron 400 profesores y 300 alumnos de Michoacán. Se procesaron los datos mediante el programa SPSS, obteniendo porcentajes y medidas de tendencia central y comparativas de secuencias de tiempo. Las edades de los profesores oscilaron entre 23 a 65 años, siendo el promedio de 32; de los cuales el 60% eran mujeres y el 40% hombres. En los niños se trabajó con 300 de 5 a 9 años. De Tercero de preescolar a tercero de primaria. En el entendido pedagógico que era la edad en qué ellos podrían aprender dicha multiplicación. El 58% de los estudiantes eran niñas y solo el 42% niños.

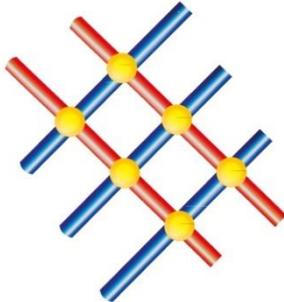
No se consideraron niños de primero y segundo de preescolar, por considerar que los de tercero ya se inician en el conocimiento más sólido de los números. Ni tampoco de cuarto a sexto de primaria, porque ya les han enseñado a multiplicar bajo otros procedimientos. El total de maestros pertenecen a la zona geográfica del municipio de Morelia. Del total de participantes de maestros se eligieron 15 de preescolar y 15 de primaria, para aplicarlo con sus alumnos. Con diez de cada uno de sus grupos. Se realizó la investigación en el periodo comprendido entre septiembre 2013 a julio del 2015.

Resultados

Los resultados obtenidos permitieron proponer un planteamiento con etapas: la primera de ellas; referida a la introducción al uso del método para enseñar la multiplicación visual, en la cual se le enseña al docente el pensamiento matemático, la multiplicación, la comprensión multiplicativa, el uso de colores, el uso de líneas, el manejo de espacios. Por supuesto se identificó que la plastilina, es la que más les gusta a los niños, por la manipulación, pero sería suficiente con colores.

La segunda etapa implica enseñar la multiplicación con números enteros con un dígito. Así para representar algorítmicamente las multiplicaciones, se utiliza el algoritmo utilizado de forma clásica como se inicia su enseñanza, por lo que se puede representar su algoritmo en la columna izquierda y la propuesta visual en la columna derecha como se presenta a continuación

<p>Algoritmo que se utiliza actualmente</p>	<p>Algoritmo propuesto</p> <p>Gráfica visual</p>
<p>$1 \times 1 = 1$</p>	<p>$1 \cdot 1 = 1$</p> 

<p>Algoritmo que se utiliza actualmente</p>	<p>Algoritmo propuesto</p> <p>Gráfica visual</p>
<p>$2 \times 3 =$</p>	<p>$2 \cdot 3 = 6$</p> 

Como puede observarse, basta con contar los puntos de intersección de los segmentos de recta para determinar el producto que se desea. Nótese que en los ejemplos anteriores, se

presentan dos algoritmos para representar el producto; no obstante, se sugiere la utilización del punto, como se promueve en la segunda columna, puesto que en los niveles de secundaria el símbolo utilizado en el algoritmo de la izquierda podría tender a confundir al estudiante cuando se introduce el valor de variable.

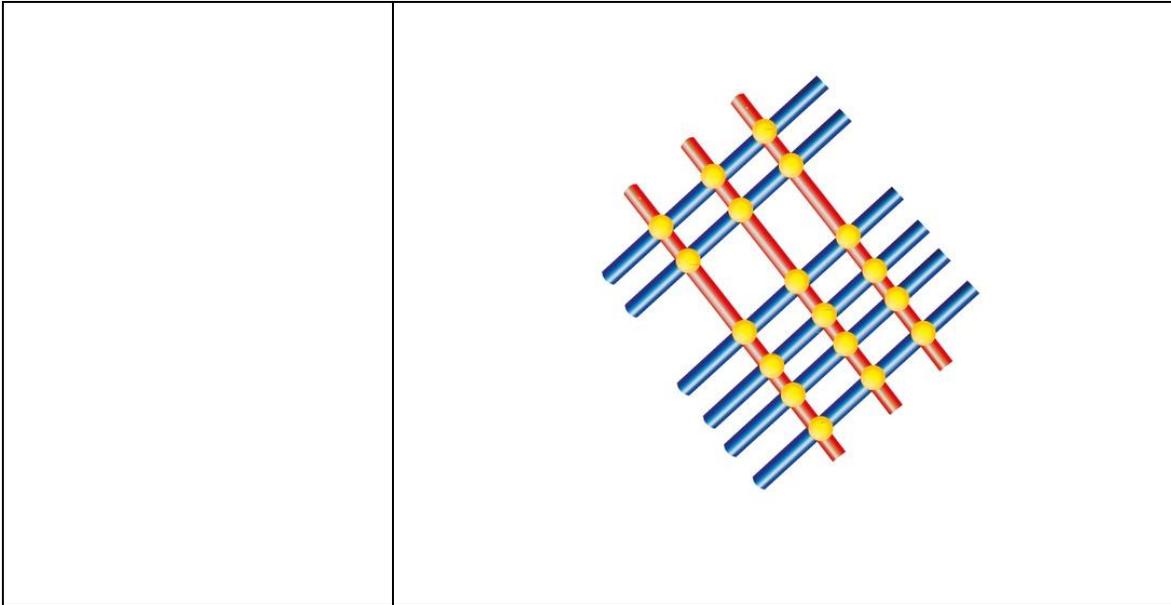
Este método posibilita enseñar la operación de multiplicación de una forma visual y atractiva que invite al estudiante a construir su conocimiento a partir de la comprensión del conteo de intersecciones entre los entes concretos y se puede dejar de explicar metodológicamente como un conjunto de números y signos a memorizar. Los ejercicios anteriores demuestran que el método permite a los niños aprender la multiplicación en un primer momento de una cifra por otra cifra

La tercera etapa, con dos o más cifras preferentemente hasta cifras de cuatro dígitos, o más si así lo consideraban necesario los docentes o alumnos de los grupos participantes, pero paralelamente se le podría enseñar la multiplicación de un numeral de dos cifras por una cifra y así sucesivamente conforme avanza su curiosidad; donde ya se usa el manejo del espacio.

Para aplicar el método de visualización, debemos seguir ciertas reglas como se muestra a continuación:

Algoritmo	Gráfica visual
$ \begin{array}{r} 3 \times 24 = 72 \\ \\ 3 \\ \times 24 \\ \hline 12 \\ + 6 \\ \hline 72 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 3 \cdot 24 = 72 \\ \\ \text{Decenas} \\ 6 \\ + 1 \\ \hline \text{Decena} \\ \text{correspondiente} \\ \text{al producto} \end{array} $ <div style="text-align: right; margin-top: 20px;"> <p>Unidades</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 10px;"> <div style="border: 1px solid blue; padding: 2px 5px;">1</div> <div style="border: 1px solid red; padding: 2px 5px;">2</div> </div> <p style="margin-left: 100px;">↑</p> </div>

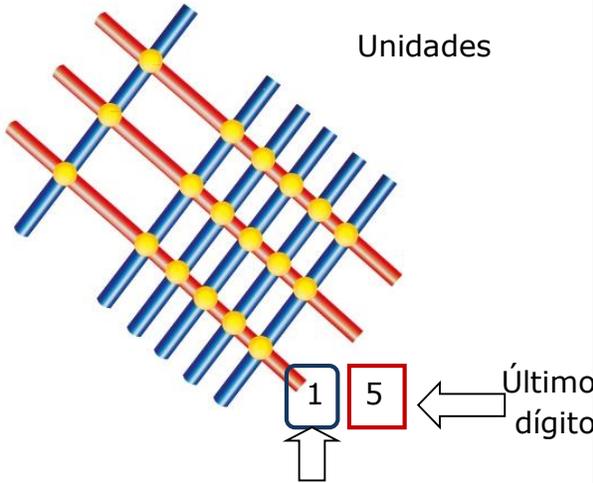
Último
dígito del
producto



Como se ha mencionado, para comprender la gráfica, se tendrá presente que se separan las líneas que representan las unidades de las decenas; en el factor correspondiente, manteniendo su posicionamiento numérico de la siguiente forma, las decenas en la parte superior y las unidades en la inferior, aunque podría darse de izquierda a derecha dependiendo de cómo lo concrete el aprendiz.

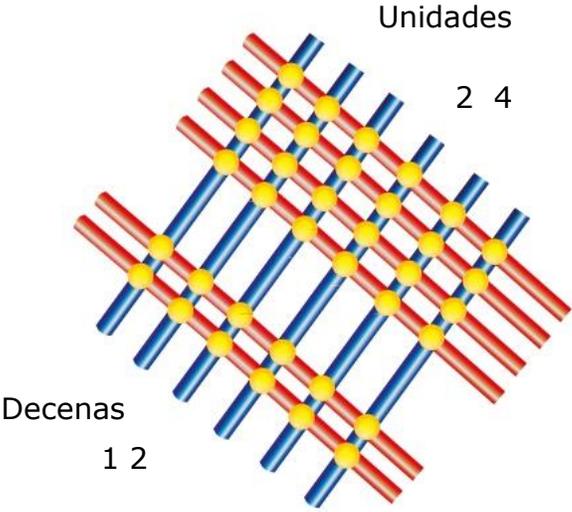
Se contabilizan los puntos de intersección que hay, tanto en las unidades como en las decenas, si se observa hay doce unidades y seis decenas, para obtener el resultado final se toma el dígito o el último dígito de las unidades y este será el último dígito del numeral resultante en el producto. El término sobrante pasará a sumar al número de las decenas.

En este caso particular, el 1 que sobra a las unidades se suma con las seis decenas que se contabilizan en la fila correspondiente de la visualización, así obtenemos siete decenas por lo que el producto será 72.

Algoritmo	Gráfica visual
<p>1) $15 \times 3 =$</p> $\begin{array}{r} \underline{15} \\ \times 3 \\ \hline 15 \\ + 3 \\ \hline 45 \end{array}$	<p>$15 \cdot 3 = 45$</p> <p>Decenas</p> <p>3</p> <p><u>+ 1</u></p> <p>Unidades</p>  <p>Último dígito</p> <p>Decena que pasa a sumar las otras decenas resultantes</p> <p>Juntando el resultado de las unidades que es 5 y el de las decenas que es 40, se observa que el producto es 45.</p>

Observe que en este caso se pide multiplicar decenas por unidades por lo que se ha colocado separado en forma separada las decenas de las unidades en el primer factor, observe que se ha colocado en forma transversa, mientras que el segundo factor se dibuja en diagonalmente para que se pueda visualizar mejor el producto obtenido. Recuerde que una de las propiedades de la multiplicación es la conmutatividad por lo que daría lo mismo que el niño coloque primero un factor el cual puede ser el conformado por las decenas y luego el de las unidades o al contrario, el producto siempre será el mismo solo que la figura podría cambiar un poco.

En el ejemplo anterior, tenemos 15 unidades, el dígito 5 sería el último dígito del producto, y el 1 sobrante pasa a sumar las decenas obtenidas en las decenas de la gráfica, por lo que dicho número pasa a sumar las 3 decenas obtenidas en la intersección, así el producto final es 45. Nótese que tanto la multiplicación clásica como la visual, mantienen el posicionamiento numérico para la obtención del producto.

Algoritmo	Gráfica visual
<p>2) $6 \times 24 =$</p> $\begin{array}{r} \underline{6 \times 24} \\ 24 \\ +12 \\ \hline 144 \end{array}$	<p>$6 \cdot 24 = 144$</p>  <p>El último dígito de las unidades obtenidas en la gráfica será el dígito de las unidades del producto, es decir, será 4. El 20 unidades, en total 2 decenas, que faltan pasarán a sumar las 12 decenas obtenidas en la gráfica visual; así sumarán 14 decenas cuyo total de unidades serían 140, como se observa el producto final es 144.</p> <p>Una vez más se comprueba gráficamente que el método no falla.</p>

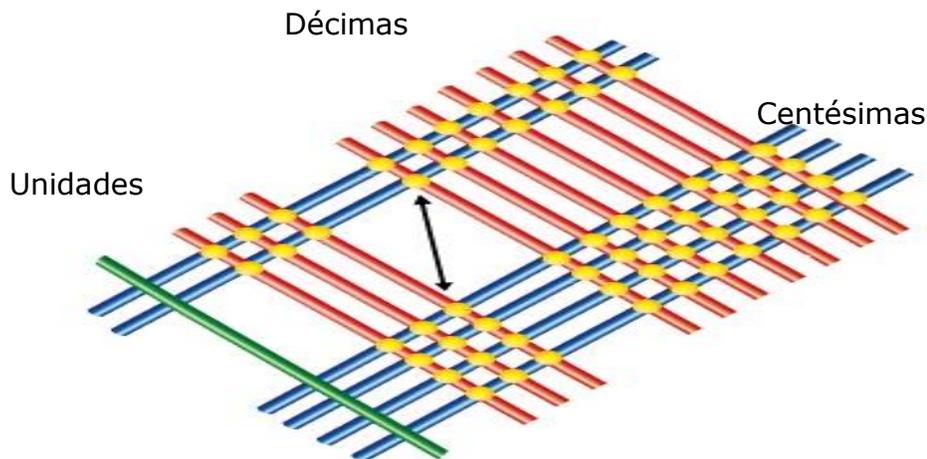
Algoritmo	Gráfica Visual
<p>a) $123 \times 6 =$</p> $ \begin{array}{r} 123 \\ \times 6 \\ \hline 18 \\ 12 \\ +6 \\ \hline 738 \end{array} $	<p>$123 \cdot 6 =$</p> <p>Último dígito del numeral resultante</p> <p>Unidades</p> <p>1 8</p> <p>Pasa a sumar las decenas</p> <p>Decenas</p> <p>1 2</p> <p>Centenas</p> <p>6</p> <p>Pasa a sumar las centenas</p> <p>1 2 + 1 = 1 3</p> <p>1 3</p> <p>1 3</p> <p>Segundo dígito del numeral resultante</p> <p>6</p> <p>+ 1 = 7</p> <p>Como se observa el resultado está conformado por 18 unidades, 13 decenas y 7 centenas, para obtener el resultado final; el 8 de las unidades resultantes será el último dígito de las unidades del resultado; la decena pasa a sumar a las 12 decenas obtenidas en la multiplicación, por lo que se tendrán 13 decenas, el 3 será el segundo número del producto que se busca y las 10 decenas pasarán a sumar las 7 centenas por lo que el resultado final será 738.</p>

La cuarta etapa con el uso del cero, implica marcar un color para el mismo y toda intersección que toque dicha línea no se cuenta.

La quinta con el uso de decimales

Veamos algunos ejemplos:

Algoritmo
<p>a) $24 \cdot 0,37 =$</p> $\begin{array}{r} 24 \\ \times 0,37 \\ \hline 168 \\ 72 \\ \hline 00 \\ \hline 08,88 \end{array}$
<p>Recuerde que tradicionalmente lo que como docente se explica es que se multiplican los factores como si fueran números naturales y en el producto se separa con una coma a partir de la derecha tantas cifras decimales como tenga el o los factores decimales.</p>
Gráfica Visual:
$24 \cdot 0,37 =$



Antes de comenzar a hacer el conteo de cada una de las intersecciones el docente podría explicar el lugar posicional que tiene cada dígito decimal del factor que posee expansión decimal, en este caso solamente hay un factor que posee expansión decimal y su mínima posición es la centésima por lo que en vez de indicar el extremo menor como unidad corresponderá a centésimas.

Como se puede observar en la figura hay 28 centésimas por lo que el dígito de las **centésimas en el producto** sería 8, las 2 décimas pasa a sumar las décimas de la figura, es decir, $12 + 14 = 26 + 2 = 28$; así el dígito correspondiente a las **décimas del producto** será 8 y el 2 pasa a sumar las unidades obtenidas en la figura.

Por lo que las **unidades del producto** serán $6 + 2 = 8$. Observe que en la figura la línea verde no contabiliza intersecciones por ser el dígito sin valor.

Así el producto será 8,88.

Veamos otro ejemplo:

La sexta etapa, implica el vínculo con multiplicaciones graficadas, o de representación de cajas con objetos cotidianos para paralelizar el ejercicio de comprensión o cuadros en filas y columnas.

Ejemplo: $3 \times 3 = 9$

$4 \times 6 = 24$



La séptima de las etapas, se trabajó con reflexiones generalizadas sobre los procesos de comprensión multiplicativa y otras opciones algorítmicas para completar el proceso de aprender y enseñar a multiplicar.

Aquí ya trabajando con las formas cotidianas que utiliza el maestro, incluyendo el dibujar objetos por supuesto, pero también el algoritmo.

De 400 docentes, el planteamiento funcionó en 387, solo en 13 no, especialmente en su dificultad para manejar números decimales. En el caso de los niños solo se llegó a la multiplicación de tres dígitos y de hasta dos decimales, el cero, en el caso de primaria, en el caso de primer grado de primaria y tercero de preescolar, solo la multiplicación de 1 X hasta 2 dígitos. En el caso de los niños, hubo una dificultad de aprendizaje en el tercer grado, cuando se manejaron tres decimales, por lo que se decidió dejar el planteamiento hasta la

resolución de dos decimales, de 300 niños, 100 tenían problemas cuando ya se manejaban los tres decimales.

Marcados errores implicaban qué había que parar.

Conclusiones

Se puede concluir que el planteamiento para enseñar la multiplicación visual, permitió que lo aprendieran los niños desde tercero de preescolar a tercero de primaria. Con las limitantes expresadas en resultados. Qué si los maestros lo aprenden de manera completa, esto es en sus siete etapas, podrán manejarla en cadena con los alumnos.

Los niños tienen preferencia de trabajar la multiplicación visual con plastilina, no con colores.

Discusión

Se han encontrado diversas propuestas de enseñar la multiplicación, pero no en un trabajo de planteamiento didáctico en etapas, con siete como se ha logrado e intentado en la investigación, por lo que hay posibilidades de explorarla más a fondo.

Referencias

Antoras, E. J. (2010). *Desarrollo cognitivo y motor*. Madrid: Editex.

Arcavi, A. (2008). El papel de las representaciones visuales en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Digital de Innovación y experiencias educativas.*, 24-35.

Cañas, A. (2010). *Aprendamos matemática*. Revista digital *Innovación y experiencias educativas*, 29-39.

De Guzmán, M. (1996). *El rincón de la pizarra*. Madrid: Pirámide.

Gómez Chacón, I. M. (2001). *Afecto y aprendizaje matemático. Causas y consecuencias de la interacción emocional*. Huelva: Universidad de Huelva.

Gómez_Granell, C. (1985). *Infancia y aprendizaje*. Barcelona: Fontanella.

González, J. (2003). ¿Cómo explicar tanto fracaso en el aprendizaje de las matemáticas? *Galego-Portuguesa de Psicoloxía e Educación*, 1138-2663.

Hernández, R. (2005). *Metodología de la investigación*. México: McGrawHill.

Loreto, L. (2011). La crisis de la multiplicación: Una propuesta para la estructuración conceptual. *Voces y silencios: Revista Latinoamericana de Educación*. Vol. 2 Especial., 38-64.

Piaget, J. (1961). *La formación del símbolo en el niño*. Madrid: Fontanella.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Doubleday. New York, México.: Trillas.

R. Genereux y Mc Keough, A. (2007). *Developing narrative interpretation: Structural and content analyses*. Calgary: Universidad de Calgary.

R.Hernández. (2006). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.

Ruíz, L. (2010). *Sistematización de experiencias en Educación Popular*. Medellín: Contextos actuales de educación popular.

Wilson, M. (1997). The use of Sequenced Count-By and Constant Time Delay Methods of Teaching Basic Multiplication Facts Using Parent Volunteer Tutors. *Mathematics Education Research Journal*, 174-190.

Zimmerman, W. (1990). Visual Thinking in Calculus. . In visualization in Teaching and Mathematics, 19-24.

Recibido: 30/09/2015

Aceptado: 7/12/2015